

International Joint Research Programs Discussion Paper Series

国際共同研究推進事業

「大学における教育研究の生産性向上に関する国際共同研究」

ディスカッションペーパーシリーズ No. 15

戦略的研究プロジェクトシリーズ XI

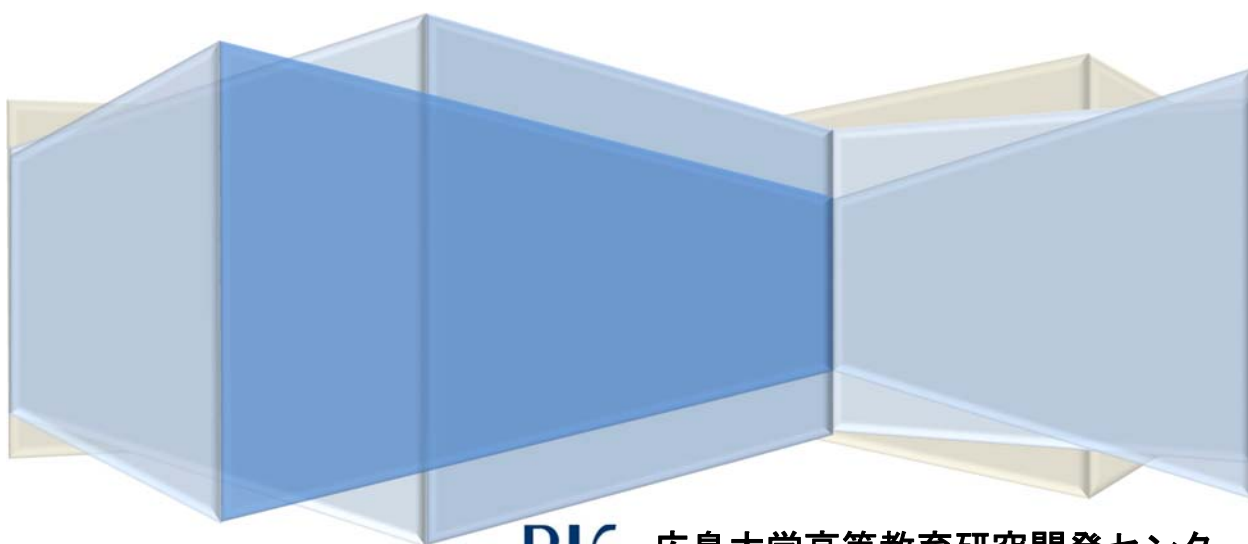
「21世紀知識基盤社会における大学・大学院の改革の具体的方策に関する研究」

交絡変数の測定誤差が合流点バイアスを  
もたらす影響について：

合流点バイアスと交絡統制のジレンマに対する考察

On the effect of measurement error of confounding variables on  
collider bias: A Considerations for the Dilemma of Collider Bias  
and Confounding Control

中尾 走・樊 怡舟・村澤 昌崇



RICE 広島大学高等教育研究開発センター

# 交絡変数の測定誤差が合流点バイアスをもたらす影響について：

## 合流点バイアスと交絡統制のジレンマに対する考察

中尾 走

(広島大学高等教育研究開発センター)

樊 怡舟

(広島大学高等教育研究開発センター)

村澤 昌崇

(広島大学高等教育研究開発センター)

### [要約]

本稿は、交絡変数の測定誤差が合流点バイアスをもたらす場合に焦点を当てて、因果効果の推定に与える影響を明らかにすることを目的とする。因果効果の推定の文脈では、交絡変数は統制すべき変数であるが、交絡変数が完璧に測定できない場合や構成概念の場合、一般的にはそれらの代理指標を統制することでバイアスの一部を除去するという対応をとる。けれども、その代理指標の測定誤差が内生的に生じる場合、代理指標を統制することで、合流点バイアスが生じるため、代理指標を用いて交絡変数を統制すべきか否かというジレンマが生じる。このような場合に、バイアスがどのような挙動を示すのかを明らかにすることで、統制するか否かの判断材料を提供できると考え、本稿ではバイアスの挙動を明らかにした。結論としては、合流点バイアスをもたらす代理指標を統制する場合、代理指標の相関が高くなるにつれてバイアスが小さくなるわけではなく、その他の様々な要因から影響を受けることが明らかになった。

### [キーワード]

測定誤差, 合流点バイアス, 代理指標, 因果推論

## 1 序論

本研究の目的は、交絡変数の測定誤差<sup>1)</sup>が合流点バイアス (collider bias) をもたらす場合に焦点を当てて、因果効果の推定にどのような影響を与えるのかについて明らかにすることである。合流点バイアスとは、統制することによってバックドアパスが開き、バイア

スが生じることである（林・黒木 2016；黒木 2017）。大久保（2019）の例に従って、図1のような有向非巡回グラフ（Directed Acyclic Graph：DAG）を描いた場合、CはAとYからの合流点であり、AとYは、元々独立であるにも関わらず、Cを統制することによって、相関関係が生じる。そのため統制すべき変数ではなく、このような相関関係から生じるバイアスは合流点バイアスと呼ばれる<sup>ii)</sup>。

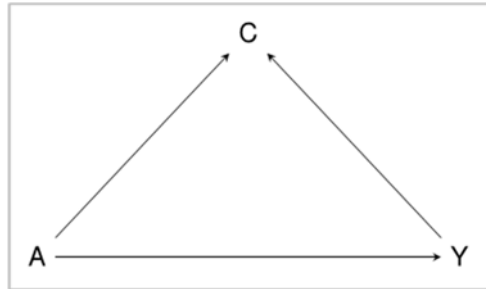


図 1

このような合流点バイアスは、選択バイアス（endogenous selection bias）などが典型であるが、測定誤差によっても生じることが考えられる。例えば、図2は、Aという処置変数の因果効果を推定したい場合に、Cが交絡変数（confounder）、Pが代理指標（proxy variable）、であり、PとYの両方に影響を与える未観測要因の変数Uがある場合に描けるDAGである。この時、Cは交絡変数であるため、当然、統制すべき変数であるが、代理指標Pによってしか観測できない。図3のようにUが存在しなければ、代理指標のPで統制することで、バイアスの一部を除去（partial control）し、新しいバイアスをもたらすことはない（Elwert and Winship 2014）ため、代理指標Pでの統制が基本的には推奨される<sup>iii)</sup>。しかしながら、図2の場合、Pを統制することによって、 $U \rightarrow P \leftarrow C$ というバックドアパスが開いてしまい、統制すべきか否かの判断が困難になる。

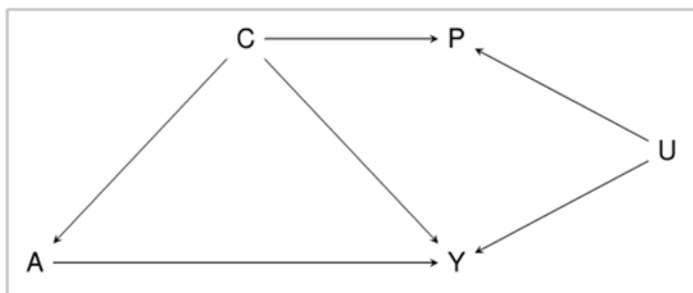


図 2

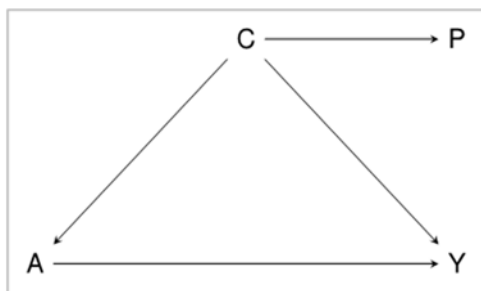


図 3

例えば、P を統制した以下の式 (1) における  $b_1^*$  (以下、真値との差分を p-bias) と P を統制しない場合の式 (2) の  $b_1^{**}$  (以下、真値との差分を a-bias) は、どちらも真値の不偏推定量ではないことが予想されるが、どちらのバイアスが小さいのであろうか。また、どのような条件下で、p-bias よりも a-bias が小さくなり、代理指標である P を統制しない方が良いのであろうか。この 2 点を明らかにするために、本稿では p-bias の挙動を数理的なエビデンスによって示すこととする。

$$Y = b_1^* A + b_2^* P + u \quad (1)$$

$$Y = b_1^{**} A + u \quad (2)$$

## 2 社会学の文脈における交絡変数の測定誤差

### 2.1 社会階層研究

本稿の関心である代理指標による合流点バイアスは、多くの構成概念を抱える社会科学にとって、特に重要な問題であると考えられる。本節では具体的な社会科学の文脈に基づいて、図 2 のような DAG となる代理指標の事例を説明していく。

第一に考えられるのが、社会経済的地位 (Social economics status : SES) を交絡変数として用いる社会階層研究などであろう。社会階層研究だけでなく、多くの社会科学の研究は SES が重要な交絡変数として用いられることが多い。けれども、SES は、構成概念であり完全には測定できないことが多く、操作的に、親の職業や年収などの代理指標が用いられてきた。一方、代理指標から、SES という構成概念がうまく構成されているか、即ち代理指標の妥当性についての議論はそもそも困難である。加えて、これまでは家庭の SES を親から直接測るのではなく、子ども (本人) に親 (本人の親) の SES を尋ねる代理回答が多く (平沢 2015)、いわゆる測定誤差という代理指標の信頼性の問題も考えられ

る。そうすると、仮に構成概念 SES に真値が存在するとした場合、代理指標や代理回答で得られた値には、代理であるが故に、信頼性と妥当性の問題により「不確か」なものになりうる。「不確かさ」は、他にも未回答や回答拒否、虚偽・誤回答、記憶の曖昧さ、質問内容の不適切性・バイアス・誘導など多様に生じうる余地がある。

このように「代理」であることは常に“不確かさ”<sup>iv)</sup>を伴っており、子ども(本人)に親(本人の親)の SES を尋ねることを通じて得られた観測値は、測定誤差を伴う代理指標であったと考えられる<sup>v)</sup>。例えば、子どもによる代理回答の場合、子が親の SES に関する情報にアクセスすることが出来るかに依存する (Looker 1989) と指摘されているように、家族の親密さなどは、代理回答に伴う測定誤差を内生的に引き起こす要因であり、図 2 の U として考えられる。つまり、図 2 の DAG に具体的に変数を入れると図 4 のようになる。

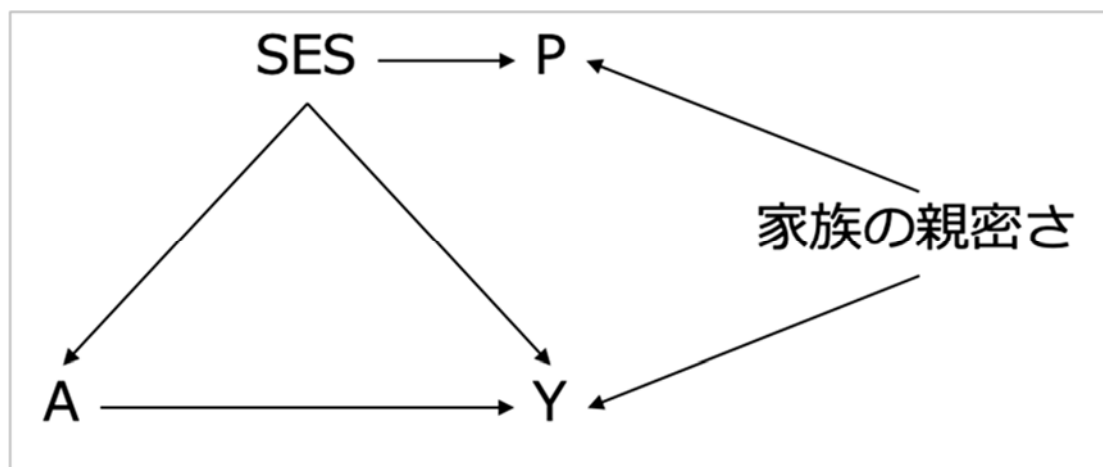


図 4

この時、前節で紹介した通り、測定誤差を伴う P (子どもによって測定された親の SES など) を統制することによって、SES の代理指標として交絡を一部統制できる一方、P が合流点であるため、U→P←C という合流点バイアスが生じることとなる。

## 2.2 能力の自己評価

その他の文脈では、自己評価された能力なども考えられるだろう。例えば、留学効果を明らかにする際に、能力を交絡変数として統制することを考える。従属変数は、自己申告の TOEIC の点数としよう。この場合、交絡変数の能力も従属変数も自己評価であり、例えば、社会的望ましきバイアス (social desirability bias : SDB) によって測定誤差を伴うことが予想される。SDB とは、回答者が自分をよく見せようとする傾向 (Groves et al.

2004=2011) である。本稿の例で言えば、自分をよく見せようと TOEIC の点数や能力をより高く回答することが考えられる。この場合、SDB が生じやすい個人属性など<sup>vi)</sup> が図 2 の U として考えられる。

このように社会科学の文脈で、図 2 のような DAG の事例はいくつか考えられる。測定誤差が因果効果の推定に与える影響についての先行研究は、処置変数 (図 2 で言うと A) の測定誤差 (Jerrim and Micklewright 2014 ; Engzell and Jonsson 2015 など) や、従属変数 (図 2 で言うと Y) の測定誤差 (VanderWeele and Hernan 2012), 交絡変数 (図 2 で言うところの C) の測定誤差 (Frost 1979, Ogburn and VanderWeele 2012) などが挙げられるが、測定誤差による合流点バイアスの影響を考慮したものは数少ない。

社会学の文脈では、測定誤差による合流点バイアスについて、Engzell (2019) が、生徒の自己申告によって測定された本の冊数の測定誤差が、合流点バイアスをもたらす場合について考察している。これは、処置変数の測定誤差であるが、その測定誤差が内生的に生じるため合流点バイアスをもたらす事例である。一方、本節で二つの事例を挙げた通り、社会学の文脈では、交絡変数の測定誤差が内生的に生じる場合も考えられるが、これまでは焦点が当てられていなかった。

そこで、本稿では、P を統制した際に、合流点バイアスをもたらす事例について、①p-bias がどのような挙動を示すのか、②a-bias との関係からどのような条件下で、統制する、またはしない方が良いのかといった条件を明らかにする。

以下、3 節では、P を統制した場合のバイアスについて一つの事例を示し、そのシミュレーションを行う。4 節では、p-bias の挙動を明らかにする。5 節では、まとめと今後の課題を提示する。

### 3 代理指標を統制した場合の因果効果のバイアス

#### 3.1 合流点バイアスの事例

本節では、図 2 における p-bias についてシミュレーションを行い、どのような挙動かを示す。まず、シミュレーションを行う上で、以下の式のデータ生成過程を考える。

$$\begin{aligned}C &\sim N(0,1) \\U &\sim N(0,1) \\A &\sim 2C + u_a \\Y &\sim 3A + 4C + 5U + u_y \\P &\sim \beta_4 C + \beta_5 U + u_p\end{aligned}$$

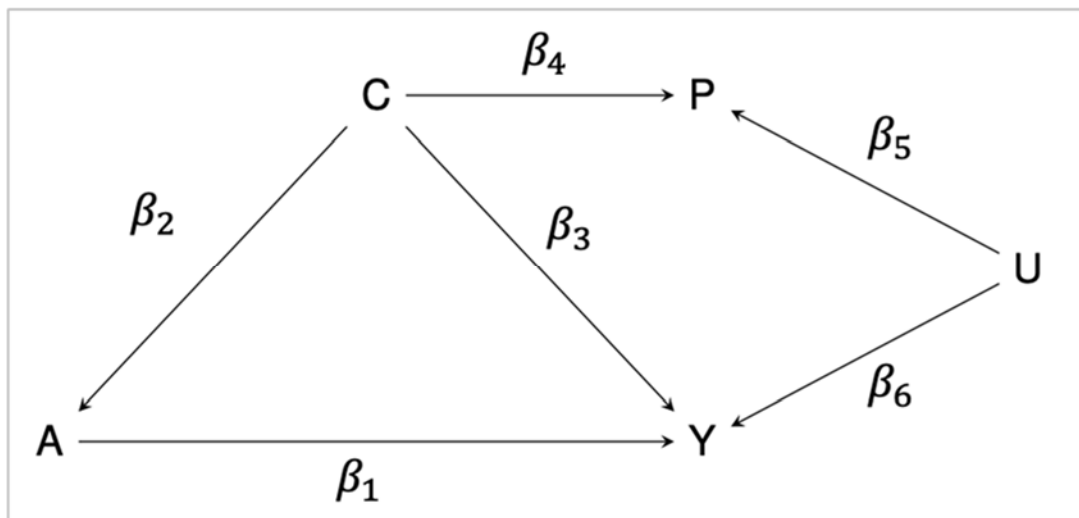


図 5

このようなデータ生成過程のもと、 $\beta_4$ が変化することで、p-bias がどのように変化するかをシミュレーションする。ここで、 $\beta_4$ を変化させるのは、交絡変数 C と相関の高い、または低い代理指標で統制した場合に p-bias がどのように変化するかを明らかにするためである。ここでは、 $\beta_5$ は 1 に固定し、 $\beta_4$ を便宜的に 1 から 10 まで変化させている。つまり、U からの影響が一定の場合に、C と P の相関が強くなると p-bias がどのように変化するかを示している。

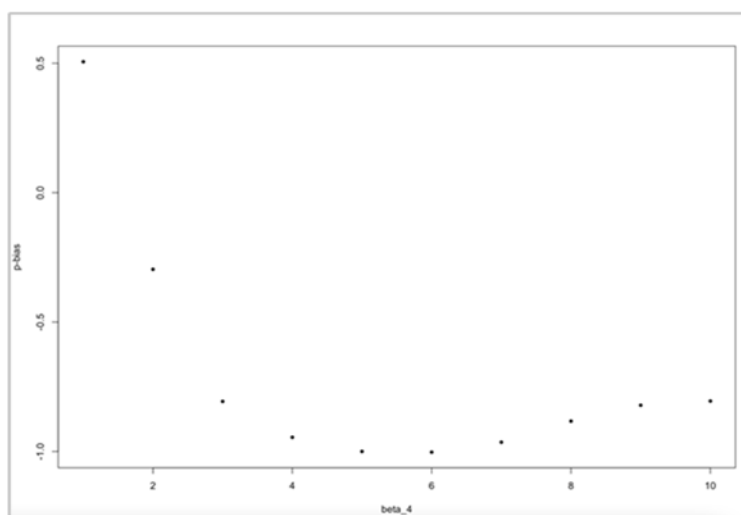


図 6

図 6 より、 $\beta_4$  を 1 から 10 まで変化させたときに、ある一定の値まで下り、その後上昇していくことが分かる。 $\beta_4$  が 1 以外の点においては、p-bias はマイナスであり、真値を過少推定していることも分かる。つまり、P による合流点バイアスが生じる場合には、U が P に与える影響の強さに比して、C からの影響が相対的に強い場合に、過少推定される可能性があるということである。この結果から、p-bias は、U から P への影響の強さと C から P への影響の強さの双方を考慮しなければならないことが分かる。

## 4 p-bias の一般化

### 4.1 データの生成

前節では、一つの事例から p-bias のシミュレーションを行なってきた。しかし、一つの事例であり、その他の条件については考慮されていない。そこで、本節では、p-bias についてより一般化して考えるための材料を提供する。以下では、全てのパラメータが正であり、変数間の全ての関係性が線形関係であることを前提とする。そして、図 2 のデータ生成過程として以下を考える。なお、A, Y, C, P は全て正規化されたものとする<sup>vii)</sup>。

$$\begin{aligned} U_A &\sim N(0, \sqrt{\rho_A}) \\ U_Y &\sim N(0, \sqrt{\rho_Y}) \\ C &\sim N(0, 1) \\ A &\sim \beta_2 C + U_A \\ Y &\sim \beta_1 A + \beta_3 C + U_Y \\ P &\sim \beta_4 C + \beta_5 U_Y \end{aligned}$$

A の Y に対する純粋効果を調べる際に、交絡 C を統制しないとイケないが、それを統制しない場合、いわゆる脱落変数バイアス (omitted variable bias) が発生し、その際の回帰係数  $b_1^*$  は次の式になる。

$$b_1^* = \beta_1 + \beta_2 \cdot \beta_3 \cdot \frac{\sigma_C^2}{\sigma_A^2} = \beta_1 + \beta_2 \cdot \beta_3$$

真の因果関係である  $\beta_1$  と、a-bias と呼ばれる  $\beta_2 \cdot \beta_3$  (C と A の不偏推定量と C と Y の不偏推定量を掛け合わせたもの) という部分からなる。なお、 $\beta_2 \cdot \beta_3$  を  $q_1$  とすると、 $q_1$  は即ち交絡 C がもたらすバイアスの程度と言える。

一方、P は C と  $U_Y$  から生成されているが、合流点バイアスをもたらし場合の代理指標



の適切性は、C と  $U_Y$  の双方から影響を受けるという意味で、P と C の不偏推定量と P と  $U_Y$  の不偏推定量の比（「相対的な影響力の強さ」）で表せる。その比を  $q_2$  とすると、 $q_2$  は次の式となる。

$$q_2 = \frac{\beta_4}{\beta_5} \cdot \frac{\sigma_C}{\sigma_{U_Y}} = \frac{\beta_4}{\beta_5 \cdot \sqrt{\rho_A}}$$

A, Y, C, P は正規化されたものであるという条件の下で、生成過程の各係数は  $\rho_A$ ,  $\rho_Y$ ,  $q_1$ ,  $q_2$  からなる以下の式に書き換えられる。

$$\beta_1 = -q_1 + \sqrt{q_1^2 + 1 - \left(\frac{q_1}{\sqrt{1 - \rho_A}}\right)^2} - \rho_Y$$

$$\beta_2 = \sqrt{1 - \rho_A}$$

$$\beta_3 = \frac{q_1}{\sqrt{1 - \rho_A}}$$

$$\beta_4 = \sqrt{\frac{q_2^2}{q_2^2 + 1}}$$

$$\beta_5 = \sqrt{\frac{1}{(q_2^2 + 1) \cdot \rho_Y}}$$

## 4.2 p-bias

p-bias, 即ち、P を統制するときの A の回帰係数と真値  $\beta_1$  との差分は、

$$p - bias = \frac{corr(A,Y) - corr(A,P) \cdot corr(P,Y)}{1 - corr(A,P)^2} \cdot \frac{\sigma_Y}{\sigma_A} - \beta_1 \quad (3)$$

で示すことが出来る。また、図 2 からわかるように、

$$corr(A,P) = \beta_2 \beta_4$$

$$corr(A,Y) = \beta_1 + q_1$$

$$corr(P,Y) = \left[ \beta_4 \cdot \frac{\sigma_C^2}{\sigma_P^2} \cdot (\beta_2 \beta_1 + \beta_3) + \beta_5 \cdot \frac{\sigma_{U_Y}^2}{\sigma_P^2} \right] \cdot \frac{\sigma_P}{\sigma_Y} = \beta_4 (\beta_2 \beta_1 + \beta_3) + \beta_5 \rho_Y$$

であるため、(3) 式に代入して整理すると、次のようになる。

$$p\text{-bias} = \frac{\beta_1 + q_1 - \beta_2\beta_4(\beta_4(\beta_2\beta_1 + \beta_3) + \beta_5\rho_Y)}{1 - \beta_2^2\beta_4^2} \cdot \frac{\sigma_Y}{\sigma_A} - \beta_1 = \frac{q_1 - \beta_2\beta_4(\beta_4\beta_3 + \beta_5\rho_Y)}{1 - \beta_2^2\beta_4^2}$$

ここでまず、p-bias の値は、A の真の因果効果 $\beta_1$ と関係しないということが分かる。さらに $\rho_A$ 、 $\rho_Y$ 、 $q_1$ 、 $q_2$ からなる式に書き換えると、p-bias は次の式になる。

$$p\text{-bias} = \frac{q_1 - \sqrt{1-\rho_A} \sqrt{\frac{q_2^2}{q_2^2+1}} \left( \sqrt{\frac{q_2^2}{q_2^2+1} \frac{q_1}{\sqrt{1-\rho_A}}} + \sqrt{\frac{1}{(q_2^2+1)\rho_Y}} \rho_Y \right)}{1 - (1-\rho_A) \frac{q_2^2}{q_2^2+1}} = \frac{q_1 - q_2 \sqrt{1-\rho_A} \sqrt{\rho_Y}}{1 + \rho_A q_2^2} \quad (4)$$

$q_1$ は実質的に a-bias であることを念頭に、すべてのパラメータは正という前提の下から上式を見ると、次のことが分かる。P に C の影響力が全くない $q_2$ が 0 の場合に、p-bias は a-bias と同じになる。そして P に C の影響力が大きく、その影響しかない場合、即ち $q_2$ が無限に大きくなる場合に、結局 p-bias は 0 に近づいていくことが確認できる。

そして、唯一 $q_2$ は次の式 (5) を満たすときだけに、p-bias がちょうど「0」となる。

$$q_2 = \frac{q_1}{\sqrt{1-\rho_A} \sqrt{\rho_Y}} \quad (5)$$

### 4.3 p-bias と a-bias の比較

実際に、合流点バイアスが生じることを踏まえて P を統制するか否かについて議論する際に、代理指標の「相対的な影響力の強さ」がもたらす p-bias と、合流点バイアスが生じるためあえて何も統制しない場合の a-bias との比較をする必要がある。そこで、本節では、p-bias と a-bias の比の絶対値を $\mathcal{L}$ とし、 $q_2$ による $\mathcal{L}$ の変動に注目する。

$$\mathcal{L} = \left| \frac{bias_{P(0)}}{b_1^* - \beta_1} \right| = \left| \frac{q_1 - q_2 \sqrt{1-\rho_A} \sqrt{\rho_Y}}{1 + \rho_A q_2^2} \right| = \frac{|q_1 - \sqrt{1-\rho_A} \sqrt{\rho_Y} q_2|}{q_1 + q_1 \rho_A q_2^2}$$

$$\textcircled{1} q_2 < \frac{q_1}{\sqrt{1-\rho_A} \sqrt{\rho_Y}} \text{の時, } \mathcal{L} = \frac{q_1 - \sqrt{1-\rho_A} \sqrt{\rho_Y} q_2}{q_1 + q_1 \rho_A q_2^2}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_2} = \frac{-\sqrt{1-\rho_A}\sqrt{\rho_Y} \cdot (q_1 + q_1\rho_A q_2^2) - (q_1 - \sqrt{1-\rho_A}\sqrt{\rho_Y}q_2) \cdot 2q_1\rho_A q_2}{(q_1 + q_1\rho_A q_2^2)^2} < 0$$

その区間において、偏微分は常にマイナスである。 $q_2$ 即ち代理指標としての「相対的な影響力の強さ」の増加は、p-bias を小さくすることにつながる。

$$\textcircled{2} q_2 > \frac{q_1}{\sqrt{1-\rho_A}\sqrt{\rho_Y}} \text{の時, } \mathcal{L} = \frac{\sqrt{1-\rho_A}\sqrt{\rho_Y}q_2 - q_1}{q_1 + q_1\rho_A q_2^2}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_2} &= q_1 \cdot \frac{\sqrt{1-\rho_A}\sqrt{\rho_Y} \cdot (1 + \rho_A q_2^2) - (\sqrt{1-\rho_A}\sqrt{\rho_Y} \cdot q_2 - q_1) \cdot 2\rho_A q_2}{(q_1 + q_1\rho_A q_2^2)^2} \\ &= q_1 \cdot \frac{-\sqrt{1-\rho_A}\sqrt{\rho_Y}\rho_A \cdot q_2^2 + 2\rho_A q_1 \cdot q_2 + \sqrt{1-\rho_A}\sqrt{\rho_Y}}{(q_1 + q_1\rho_A q_2^2)^2} \end{aligned}$$

この区間において、 $q_2$ は次の式 (6) を満たすときのみ偏微分 $\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_2}$ が 0 となり、 $\mathcal{L}$ はその区間の最大値となり、つまり p-bias はマイナスの方の最小値とっている。その時の代理指標としての「相対的な影響力の強さ」を示す、 $q_2$  の下限を $\underline{q_2}$ と置くと、以下の式 (6) を満たすときに、マイナスの場合に最も大きなバイアスが生じている。

$$\underline{q_2} = \frac{2\rho_A q_1 + \sqrt{(2q_1\rho_A)^2 + 4\sqrt{1-\rho_A}\sqrt{\rho_Y}\rho_A\sqrt{1-\rho_A}\sqrt{\rho_Y}}}{2\sqrt{1-\rho_A}\sqrt{\rho_Y}\rho_A} = \frac{q_1 + \sqrt{q_1^2 + \frac{1-\rho_A}{\rho_A}\rho_Y}}{\sqrt{1-\rho_A}\sqrt{\rho_Y}} \quad (6)$$

その時の p-bias と A-bias の比 $\mathcal{L}$ の上限を $\bar{\mathcal{L}}$ と置くと、 $\bar{\mathcal{L}}$ は次の式となる。

$$\bar{\mathcal{L}} = \frac{\sqrt{1-\rho_A}\sqrt{\rho_Y}q_2 - q_1}{q_1 + q_1\rho_A \underline{q_2}^2} = \frac{\sqrt{q_1^2 + \frac{1-\rho_A}{\rho_A}\rho_Y}}{q_1 + q_1 \cdot \left( \frac{q_1 + \sqrt{q_1^2 + \frac{1-\rho_A}{\rho_A}\rho_Y}}{\sqrt{\frac{1-\rho_A}{\rho_A}\rho_Y}} \right)^2} \quad (7)$$

以上の計算から見ると、p-bias の変化は次のようにまとめることができる。まず、 $q_2$ が大きくなるにつれて、a-bias よりも小さくなっていく。そして、 $q_2 = \frac{q_1}{\sqrt{1-\rho_A}\sqrt{\rho_Y}}$ の時に、p-bias が偶然「0」となる。その後、p-bias は引き続きマイナスの方に下がり、0 より小さい値を取り、 $\underline{q_2}$ の時に下限値である。下限値をとった後は、 $q_2$ が大きくなるにつれて上昇し、

0 に向かって収斂していく。

#### 4.4 p-bias と a-bias の比の上限 $\bar{L}$

上記の式 (7) から分かる通り、合流点バイアスが最も大きな影響を与えているときの p-bias と a-bias の比の絶対値、即ち $\bar{L}$ は $q_1$ ,  $\rho_A$ ,  $\rho_Y$ によって決まる。 $\bar{L}$ の値が極端に大きいということは、 $q_2$ の値によって、p-bias が a-bias よりも激しく生じるリスクが高いと解釈できる。逆に、 $\bar{L}$ が「1」より小さい場合、 $q_2$ の値がいずれの値でも、p-bias は常に a-bias より小さいということになる。即ち、代理指標の「相対的な影響力の強さ」について議論しなくとも、とりあえず代理指標を統制したほうがより真値に近いものが得られるという判断が可能である。

本節では、 $\bar{L}$ の値と $q_1$ ,  $\rho_Y$ と $\rho_Y$ との関係を調べていく。簡単化を期すため、

$$\frac{1-\rho_A}{\rho_A} \cdot \rho_Y = X$$

と表記すると、 $\bar{L}$ は次のように整理できる。

$$\bar{L} = \frac{\sqrt{q_1^2 + X}}{q_1 + q_1 \cdot \left( \frac{q_1 + \sqrt{q_1^2 + X}}{\sqrt{X}} \right)^2}$$

まず、 $\bar{L}$ と $q_1$ との関係を見ると、下の式から分かるように、偏微分は常にマイナスである。このことは、他のパラメータが一定の下、 $q_1$ 、即ち a-bias が大きいほど、p-bias が相対的に小さく見えること、そして、同時に p-bias が 0 になる時の $q_1$ も大きくなるということである。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{L}}{\partial q_1} &= \frac{\frac{q_1}{\sqrt{q_1^2 + X}} \cdot \left( q_1 + q_1 \cdot \left( \frac{q_1 + \sqrt{q_1^2 + X}}{\sqrt{X}} \right)^2 \right) - \sqrt{q_1^2 + X} \cdot \left( 1 + \left( \frac{q_1 + \sqrt{q_1^2 + X}}{\sqrt{X}} \right)^2 + 2q_1 \cdot \frac{q_1 + \sqrt{q_1^2 + X}}{X} \cdot \left( 1 + \frac{q_1}{\sqrt{q_1^2 + X}} \right) \right)}{\left( q_1 + q_1 \cdot \left( \frac{q_1 + \sqrt{q_1^2 + X}}{\sqrt{X}} \right)^2 \right)^2} \\ &= \frac{q_1^2 \cdot \left( 1 + \left( \frac{q_1 + \sqrt{q_1^2 + X}}{\sqrt{X}} \right)^2 \right) - (q_1^2 + X) \cdot \left( 1 + \left( \frac{q_1 + \sqrt{q_1^2 + X}}{\sqrt{X}} \right)^2 \right) - (q_1^2 + X) \cdot \left( 2q_1 \cdot \frac{q_1 + \sqrt{q_1^2 + X}}{X} \cdot \left( 1 + \frac{q_1}{\sqrt{q_1^2 + X}} \right) \right)}{\sqrt{q_1^2 + X} \cdot \left( q_1 + q_1 \cdot \left( \frac{q_1 + \sqrt{q_1^2 + X}}{\sqrt{X}} \right)^2 \right)^2} < 0 \end{aligned}$$

一方、 $\bar{\mathcal{L}}$ と $X$ との関係は次のように計算できる。

$$\begin{aligned}\frac{\partial \bar{\mathcal{L}}}{\partial X} &= \frac{\frac{1}{2 \cdot \sqrt{q_1^2 + X}} \cdot \left(1 + \left(\frac{q_1 + \sqrt{q_1^2 + X}}{X}\right)^2\right) - \sqrt{q_1^2 + X} \cdot 2 \cdot \frac{q_1 + \sqrt{q_1^2 + X}}{X} \cdot \left(\frac{X}{2 \cdot \sqrt{q_1^2 + X}} - q_1 - \sqrt{q_1^2 + X}\right)}{q_1 \cdot \left(1 + \left(\frac{q_1 + \sqrt{q_1^2 + X}}{X}\right)^2\right)^2} \\ &= \frac{\frac{1}{2 \cdot \sqrt{q_1^2 + X}} \cdot \left(1 + \left(\frac{q_1 + \sqrt{q_1^2 + X}}{X}\right)^2\right) + \frac{q_1 + \sqrt{q_1^2 + X}}{X} \cdot (q_1 + 2q_1^2 + X)}{q_1 \cdot \left(1 + \left(\frac{q_1 + \sqrt{q_1^2 + X}}{X}\right)^2\right)^2} > 0\end{aligned}$$

以上から、 $X$ が大きいほど、 $\mathcal{L}$ も大きくなることが分かる。 $X$ の内訳を見ると、 $A$ の誤差分散が小さいほど（ $C$ によって説明される部分が大きいほど）、そして $Y$ の誤差分散が大きいほど（ $A$ と $C$ によって説明される部分が小さいほど）、 $p$ -biasの下限が低くなる。言い換えると、 $X$ が大きくなるにつれて、 $P$ を統制したほうがむしろ真値から離れることになるリスクが高いということである。

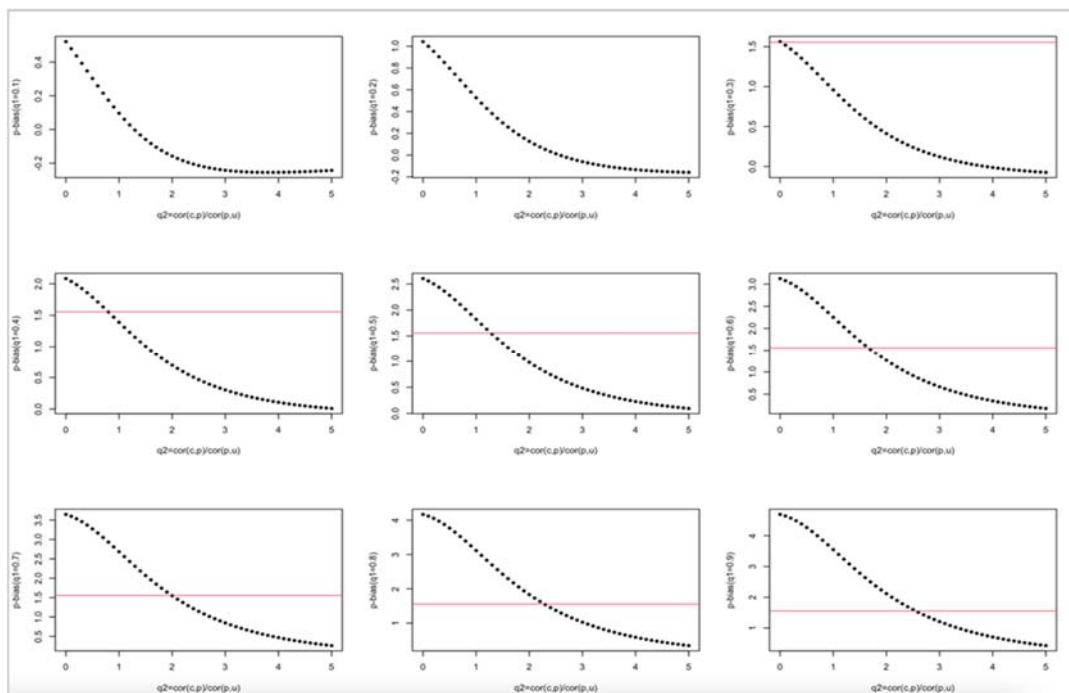
## 5 まとめと今後の課題

本稿では、測定誤差を伴う代理指標が合流点バイアスを引き起こす場合に焦点を当てて、 $p$ -biasの挙動を明らかにし、 $a$ -biasとの関係から統制する、またはしない条件を明らかにした。本稿で、明らかになった知見は以下の二点である。

まず一点目が、 $p$ -biasの挙動を確認したところ、 $q_2$ が小さい場合においては真値から正の方向にバイアスが生じるが、大きくなるにつれて負の方向へとバイアスが生じ、最終的には $q_2$ が大きくなるにつれて0に収束する。正の方向から負の方向へとバイアスの向きが逆になるまでの間で、偶然にも $p$ -biasが0となる時の $q_2$ は、式(5)で表される。これまで構成概念 $C$ と代理指標 $P$ との関係は、より正確に測定できている（相関が高い）方が良いという暗黙の前提が共有されていた<sup>viii</sup>。けれども、本稿の事例のように交絡変数の測定誤差が合流点バイアスをもたらす場合は、 $q_2$ の値によっては相関が高い場合にむしろ負の方向へとバイアスがもたらされ、因果効果を過小評価する可能性があることが明らかになった。

二点目に、 $p$ -biasと $a$ -biasの比 $\mathcal{L}$ から、 $q_1$ 、 $q_2$ の値によっては統制しない場合の $a$ -biasの方が相対的に小さくなることが分かった。この時の条件を、4.3節、4.4節で提示した。 $q_1$ が小さい場合には、 $p$ -biasの方がバイアスの絶対値は小さくなり、統制した方が真値に近い推定値が得られる可能性が高い<sup>ix</sup>。

処置変数の測定誤差や従属変数の測定誤差に比して、交絡変数の測定誤差については、研究蓄積が少なかった。そのため、本稿では一つの事例に焦点を当てて、交絡変数の測定誤差について考察を行ってきた。今後は、実データを用いた分析結果に $q_2$ が変化することによって、因果効果がどのように変化するかという感度分析を行うことを考えている。



補図 1

[謝辞]

本研究推進に際し、JSPS 科研費 JP18K18651・JP19H00621・JP20H01643・20J14673 の資金提供を受けた。

- i) 吉村 (2017) は、測定誤差を①質問文に起因する測定誤差、②調査員に起因する測定誤差、③回答者に起因する測定誤差の三種類に分けている。どのように生じた測定誤差であっても、それが何かしらの影響を受けて内生的に測定誤差が生じる場合、合流点バイアスが生じるため、DAGとしては全て図 2 となる。そのため、本稿では単に測定誤差と呼ぶこととする。
- ii) 社会学における合流点バイアスの様々な事例は、Elwert and Winship (2014) 参照のこと。
- iii) ただし、Frost (1979) によれば、図 3 のような DAG であっても必ずしも、代理指標の P を統制した方が良いわけではなく、その他の変数の相関の強さに依存することを

指摘している。

- iv) 測定の技術や計測評価を行ってきた自然科学系では、従来「誤差」や「精度」と表現されてきたものが、実のところは分野や国により用いられ方が多様であった。このため、国際標準化機構（ISO）を中心に、Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement（GUM）がまとめられ、測定誤差や精度に替わる用語＝「不確かさ」（Uncertainty）が確立しているようである。本稿ではこうした動向を踏まえながらも、以降では親和性の高い「誤差」を引き続き用いることとする。また、SES という構成概念に親の職業や年収を用いることによる①構成概念と代理指標の差異と②代理指標とデータとして得られた代理指標の値との測定誤差のどちらも DAG としては図 2 であるため、本稿では別問題として扱わず議論を続けることとする。
- v) 実際に子どもに親の SES を尋ねた場合の測定誤差について論じたものとして、Looker（1989）や白川（2020）参照のこと。
- vi) ただし、SDB は回答者が社会的に受け入れられやすい方向で回答する傾向であるため、調査の目的や質問内容などによって変化するであろう。そのため、本稿ではあえて具体的に特定することなく、個人属性と抽象的に記述している。
- vii) 本稿では、正規化された条件で説明を行うが、正規化していない条件でも p-bias の挙動に変化はない。
- viii) 後向き分析よりも前向き分析を推奨する事例（平沢 2015）などがその典型であろう。しかしながら、SES の因果効果を推定したい場合（本稿で言うところの処置変数が SES の場合）や、世代間移動表の分析（余田 2018）においては測定誤差が小さいことが望まれるため、測定誤差が小さくなるような調査設計が求められることには変わりはない。
- ix) 実際に、3 節と同じ条件で  $q_1$  を 0.1 から 0.9 まで 0.1 ずつ変化させた時の p-bias については、補図 1 を参照のこと。

#### [文献]

Blau, Peter M. and Otis D. Duncan. 1967. *The American Occupational Structure*, Free Press.

Elwert, Felix and Christopher Winship, 2014, “Endogenous Selection Bias: The Problem of Conditioning on a Collider Variable,” *Annual Review of Sociology*, 40(1): 31–53.

Engzell, Per, 2019, “What Do Books in the Home Proxy For? A Cautionary Tale,” *Sociological Method & Research*, 1-28.

Engzell, per and Jonsson, J. O., 2015, “Estimating Social and Ethnic Inequality in School Surveys/ Biases from Child Misreporting and Parent Nonresponse,” *European Sociological Review*, 31(3): 312-325.

Frost, P. A., 1979, “Proxy Variables and Specification Bias,” *The Review of Economics*

and Statistics, 61(2): 323-325.

藤原翔, 2018, 「職業的地位の世代間相関」『社会移動・健康』2015年社会階層と社会移動 (SSM) 調査報告書, 1-40.

Groves, R. M., Fowler, F. J., Couper, M. P., Lepkowski, J. M., Singer, E. and Tourangeau, R., 2004, Survey Methodology : John Wiley & Sons, Inc. (=2011, 大隈昇監訳『調査法ハンドブック』朝倉書店) .

林岳彦・黒木学, 2016, 「相関と因果と丸と矢印のはなし : はじめてのバックドア基準」岩波データサイエンス刊行委員会『岩波データサイエンス 3』岩波書店.

平沢和司, 2015, 「世帯所得と子どもの学歴 : 前向き分析と後向き分析の比較」『2015年SSM調査研究報告書「教育II」』.

星野崇宏, 2009, 『調査観察データの統計科学—因果推論・選択バイアス・データ融合』岩波書店.

Jerrim, John and Micklewright, John, 2014, “Socio-economic Gradients in Children’s Cognitive Skills- Are Cross-Country Comparisons Robust to Who Reports Family Background?,” European Sociological Review, 30(6): 766-781.

黒木学, 2017, 『構造的因果モデルの基礎』共立出版.

Looker, E. D., 1989, “Accuracy of proxy reports of parental status characteristics,” Sociology of Education, 62(4): 257-276.

Ogburn, E. L. and VanderWeele, T. J., 2012, “On the Nondifferential Misclassification of a Binary Confounder,” Epidemiology, 23(3): 433-439.

大久保翔貴, 2019, 「因果推論の工具箱」『理論と方法』34(1) : 20-34.

白川俊之, 2020, 「教育調査の階層変数に関する測定誤差と無回答」『日本教育社会学会第72回大会発表資料』.

多喜弘文, 2018, 「学歴としての専門学校に関する基礎的検討」中澤渉編『2015年SSM研究報告書 教育II』科学研究費補助金研究成果報告書:57-80.

Vanderweele, T. J. and Hernan, M. A., 2012, “Results on Differential and Dependent Measurement Error of the Exposure and the Outcome Using Signed Directed Acyclic Graphs,” American Journal of Epidemiology, 175(12): 1303-1310.

余田翔平, 2018, 「出生力と学歴再生産 : 前向きアプローチによる検討」『2015年SSM調査報告書2 人口・家族』13-25.

吉村治正, 2017, 『社会調査における非標本誤差』東信堂.



# On the effect of measurement error of confounding variables on collider bias: A Considerations for the Dilemma of Collider Bias and Confounding Control

Ran NAKAO

(Hiroshima University)

FAN YIZHOU

(Hiroshima University)

Masataka MURASAWA

(Hiroshima University)

The purpose of this paper is to clarify the impact of measurement error in confounding variables on the estimation of causal effects, focusing on the case where measurement error in confounding variables leads to collider bias. In the context of causal effect estimation, confounding variables are variables that should be controlled for, but when confounding variables cannot be measured perfectly or are constructs, the general response is to eliminate part of the bias by controlling for their proxy variable. However, when the measurement error of the proxy variable is endogenous, a dilemma arises as to whether or not the confounding variables should be controlled using the proxy variable, because controlling the proxy variable will cause confluence bias. In this paper, we clarified the behavior of the bias in such cases, because we thought that clarifying the behavior of the bias would provide a basis for deciding whether to control or not. In conclusion, it was found that when controlling for a proxy variable that causes confluence bias, the bias does not become smaller as the correlation of the proxy variable increases, but is affected by various other factors.

Keywords: measurement error, collider bias, proxy variable, causal inference

## 広島大学高等教育研究開発センター 国際共同研究推進事業 ディスカッションペーパーシリーズについて

ディスカッションペーパーシリーズは、特色ある研究成果について、RIHE スタッフの判断により速報性を重視し暫定的にまとめて発信することを目的として企画されたシリーズです。これまでに、国際共同研究、公募型研究、戦略的プロジェクト研究、客員研究員による研究等、成果として取りまとめられたものが発信されました。

本事業の推進にあたり、以下の資金提供を受けた。記して感謝したい。

- ・文部科学省特別教育研究経費（戦略的研究推進経費）「21世紀知識基盤社会における大学・大学院の改革の具体的方策に関する研究－2007年骨太方針をふまえて－」
- ・JSPS 科研費 JP18K18651（研究代表者：村澤昌崇）・JP19H00621（研究代表者：小林信一）・JP20H01643（研究代表者：村澤昌崇）・20J14673（研究代表者：中尾走）

執筆者：中尾 走（広島大学） 樊 怡舟（広島大学） 村澤 昌崇（広島大学）

---

### International Joint Research Programs Discussion Paper Series

国際共同研究推進事業「大学における教育研究の生産性向上に関する国際共同研究」  
ディスカッションペーパーシリーズ No. 15  
戦略的研究プロジェクトシリーズXI  
「21世紀知識基盤社会における大学・大学院の改革の具体的方策に関する研究」

交絡変数の測定誤差が合流点バイアスを  
もたらす影響について：  
合流点バイアスと交絡統制のジレンマに対する考察

2021(令和3)年3月12日 発行



広島大学高等教育研究開発センター

〒739-8512 広島県東広島市鏡山 1-2-2

電話 (082) 424-6240

<http://rihe.hiroshima-u.ac.jp/>

---